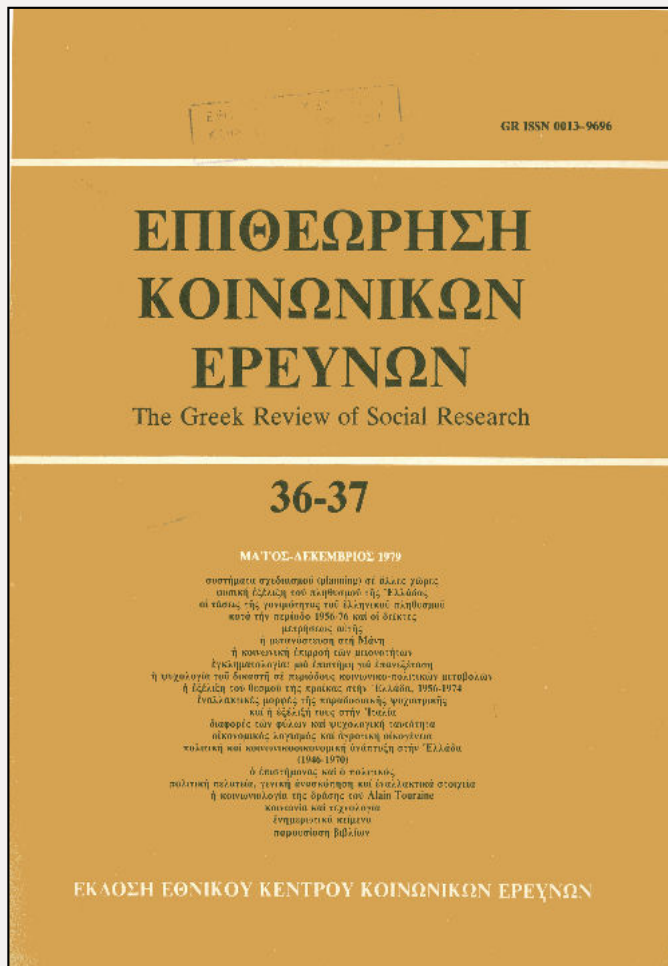


Επιθεώρηση Κοινωνικών Ερευνών

Τομ. 36, 1979



Φυσική εξέλιξη του πληθυσμού της Ελλάδας: Μακροστοχαστική ανάλυση του φαινομένου

Τζιαφέτας Γιώργος Ν.

Εθνικό Μετσόβιο
Πολυτεχνείο

<https://doi.org/10.12681/grsr.454>

Copyright © 1979 Γιώργος Ν. Τζιαφέτας



To cite this article:

Τζιαφέτας, Γ. (1979). Φυσική εξέλιξη του πληθυσμού της Ελλάδας: Μακροστοχαστική ανάλυση του φαινομένου. *Επιθεώρηση Κοινωνικών Ερευνών*, 36(36-37), 242-247. doi:<https://doi.org/10.12681/grsr.454>

φυσική εξέλιξη του πληθυσμού της Ελλάδας

μακροστοχαστική ανάλυση
του φαινομένου

του
Γιώργου Ν. Τζιαφέτα
Έπιμελητή του Ε.Μ.
Πολυτεχνείου

1. εισαγωγικά

Οί προσπάθειες των κοινωνιολόγων καί ειδικότερα των δημογράφων συγκεντρώνονταν μέχρι την περασμένη δεκαετία στην ανάλυση χρονοδιαγραμμάτων για τα κυριότερα στοιχεία της φυσικής κινήσεως του πληθυσμού προκειμένου να μελετηθεί ή εξέλιξή του. Μέ βάση τα στοιχεία αυτά, ήταν δυνατό να υπολογιστούν ποσοστιαίες κατανομές καί τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά μεγέθη του πληθυσμού. Βέβαια, ή μεθοδολογία τέτοιου είδους είναι αρκετά γνωστή, συνήθως εύχρηστη στους υπολογισμούς, αλλά μειονεκτεί σε ένα βασικό σημείο. Για μία ουσιαστική μελέτη απαιτούνται στατιστικά στοιχεία, πού είναι δύσκολο να αποτιμηθούν. Αυτό έχει σαν έπακόλουθο τό μεγάλο κόστος της μελέτης, πού για μία αναπτυσσόμενη χώρα είναι αρκετά δύσκολο να αναληφθεί. Ακόμα, σε πολλές περιπτώσεις, ή λήψη ειδικών στατιστικών στοιχείων είναι αδύνατη για πρακτικούς λόγους. Έτσι, για μία ανάλυση του φαινομένου οί έρευνήτες είναι υποχρεωμένοι να περιοριστούν σε μεθοδολογίες πού στηρίζονται στα στοιχεία πού διαθέτουν οί στατιστικές υπηρεσίες από τις απογραφές κατά όρισμένα χρονικά διαστήματα.

Οί λόγοι πού προαναφέρθηκαν υπήρξαν κατ' αρχήν απαγορευτικοί καί για πολυπλοκότερες μεθοδολογίες, όπως είναι ή στοχαστική ανάλυση πού χρησιμοποιείται πλέον σε μεγάλη κλίμακα την τελευταία δεκαετία.¹ Η διεύρυνση, όμως, των προτεινόμενων στοχαστικών μεθόδων καί κυρίως ή χρήση των ηλεκτρονικών υπολογιστών έλυσαν αρκετά προβλήματα, ώστε ή εφαρμογή της νέας μεθοδολογίας να κρίνεται σε πολλά σημεία προσφορότερη από τις κλασικές μεθόδους. Πέρα από τις δυνατότητες αυτές, πρέπει να τονιστεί, ιδιαίτερα, ότι ή στοχαστική ανάλυση παρέχει μορφές λύσεων στον υπάρχοντα προβληματισμό, πού βρίσκονται πλησιέστερα στην πραγματικότητα. Γενικά, ή όλη θέση του προβλήματος, όπως υπεισέρχεται στη στοχαστική ανάλυση, αντικατοπτρίζει κατά άρτιότερο τρόπο τη φυσική διαδικασία.

Μέ βάση όσα αναφέρθηκαν παραπάνω, ή εργασία αυτή άποσκοπεϊ στη μελέτη του δημογραφικού προβλήματος της Ελλάδος καί ιδιαίτερα στον προσδιορισμό της ποσοστιαίας κατανομής του πληθυσμού καί τις προοπτικές της εξέλιξέως αυτής με τη βοήθεια μακρο-στοχαστικών μεθόδων.²

2. μεθοδολογία

Η επεξήγηση, ή περιγραφή καί ή πρόγνωση των δημογραφικών φαινομένων παραμένει πάντα ό κύριος σκοπός των έρευνήτων. Τό πρόβλημα αρχίζει

1. Boudon R., 1973.

2. Tzafetas G., 1976.

μέ την επεξήγηση και κυρίως με το έρώτημα πώς μετασχηματίζονται οι παρατηρούμενες τιμές που αφορούν δημογραφικές μεταβλητές ποσότητες. Είναι γεγονός ότι πληθυσμιακά χαρακτηριστικά είναι πάντοτε δυνατόν να προκύψουν από τη θεώρηση ενός στοχαστικού συστήματος μεταβολών.³ Κατ' αυτόν τον τρόπο, οι παρατηρούμενες τιμές μπορεί να θεωρηθούν σαν τιμές τυχαίων μεταβλητών, που μεταβάλλονται χρονικά με βάση πιθανοθεωρητικούς νόμους. Έτσι, το πρόβλημα μετατίθεται στον προσδιορισμό της στοχαστικής ανελίξεως, που περιγράφει ικανοποιητικά το διερευνώμενο δημογραφικό φαινόμενο. Ξεκινώντας από τις απλούστερες μορφές στοχαστικών ανελίξεων και έχοντας τις παρατηρούμενες τιμές κατά κατηγορία ή κατά παρατηρούμενη κατάσταση, εξετάζουμε την εφαρμογή κατάλληλης μαρκοβιανής αλυσίδας. Βέβαια, πάντα υπάρχει το έρώτημα κατά πόσον τα φαινόμενα διέπονται από τη μαρκοβιανή ιδιότητα.⁴ Προσεγγιστικά, σε πρώτο βήμα, λαμβάνουμε στατικές, πρώτης τάξεως, μαρκοβιανές αλυσίδες, αν και είναι δυνατόν το σύστημα να απαιτεί μη σταθερές πιθανότητες μεταφοράς μεταξύ των θεωρουμένων καταστάσεων.

Στην περίπτωση που ήταν γνωστά μικροδοσμένα, δηλαδή ο αριθμός των στοιχείων του πληθυσμού που διαφεύγουν από μία κατάσταση της αλυσίδας και έρχονται σε μία άλλη γειτονική ή μή, τότε όλες οι υπόθεσεις που έγιναν παραπάνω μπορεί να ελεγχθούν συνολικά με την εφαρμογή γνωστών στατιστικών μεθόδων.⁵ Το πρόβλημα, όμως, είναι αρκετά πολύπλοκο. Δυστυχώς, τέτοιου είδους στατιστικά δεδομένα είναι δύσκολο να ληφθούν από τη στατιστική υπηρεσία, ιδίως στην περίπτωση που οι θεωρούμενες καταστάσεις της αλυσίδας αντιπροσωπεύουν κοινωνικές ή δημογραφικές καταστάσεις. Έτσι, στην εισαγόμενη νέα μεθοδολογία θα πρέπει να στηριχθούμε αποκλειστικά σε μακροδοσμένα, δηλαδή στις ποσοστιαίες κατανομές συχνότητας του πληθυσμού που δίνονται για κάθε θεωρούμενη χρονική στιγμή.

Με βάση τις παραπάνω προϋποθέσεις, στις εφαρμογές θεωρούμε σαν καταστάσεις i ($i = 1, 2, \dots, r$) της μαρκοβιανής αλυσίδας μεγάλα διαστήματα ηλικίας, για τα οποία μας δίνεται η συχνότητα κατανομής του πληθυσμού $Y_i(t)$ για κάθε χρονική στιγμή t ($t = 1, 2, \dots, T$). Συνήθως, τέτοιου είδους υποδείγματα θεωρούνται ιεραρχικά ή κλειστά. Αντίθετα, στο υπόδειγμα που περιγράφουμε, θεωρούμε ότι οι αλλαγές που παρατηρούνται στη συχνότητα κατανομής, προέρχονται από όλα τα στοιχεία της φυσικής κινήσεως του πληθυσμού, δηλαδή θανάτους, γεννή-

σεις και μεταναστεύσεις. Έτσι, όπως θα επεξηγηθεί παρακάτω, οι πιθανότητες μεταφοράς p_{ij} για $j \neq i$ δεν είναι μηδενικές.

Εάν συμβολίσουμε με $q_j(t)$ τη μη δεσμευμένη πιθανότητα, ώστε στοιχείο του πληθυσμού να βρεθεί στην κατάσταση j τη χρονική στιγμή t , τότε το προτεινόμενο υπόδειγμα έχει τη μορφή

$$\text{για } t = 1, 2, \dots, T \quad \text{και } j = 1, 2, \dots, r. \quad (2.1)$$

Το βασικό πρόβλημα που έχουμε στο υπόδειγμα είναι η εκτίμηση των παραμέτρων που υπεισέρχονται υπό τη μορφή της πιθανότητας μεταφοράς p_{ij} . Για την επίλυση του προβλήματος, καταφεύγουμε στη μέθοδο της μεγίστης πιθανοφάνειας, όποτε υπολογίζουμε πρώτα τη συνάρτηση πιθανοφάνειας L και ύστερα τις παραγώγους της συναρτήσεως $\log L$. Τελικά, η εκτιμήτρια του πίνακα μεταφοράς $P = (p_{ij})$ έχει τη μορφή

$$\hat{P}^* = (X' \sum_{t=1}^T X_t)^{-1} X' \sum_{t=1}^T Y_t^* \quad (2.2)$$

όπου Σ είναι ο πίνακας συνδιασπορών των συχνοτήτων $Y_j(t)$. Οι $(r-1)$ υποπίνακες Σ^j έχουν σαν στοιχεία τις ποσότητες

$$-[q_i(t)q_j(t)]/N(t)$$

$$[q_i(t)[1-q_i(t)]]/N(t), \quad N(t)Y_i(t) = n_i(t),$$

Y^* είναι διάνυσμα στήλη με στοιχεία $Y_j(t)$ για $t = 1, 2, \dots, T$.

\hat{P}^* είναι διάνυσμα στήλη με $r-1$ υποδιανύσματα και X είναι $(T(r-1) \times r(r-1))$ διαγώνιος πίνακας, του οποίου οι υποπίνακες X_j έχουν σαν στοιχεία τα παρατηρούμενα ποσοστά $Y_j(t-1)$ για $t = 1, 2, \dots, T$ και $j = 1, 2, \dots, r$.

$$[T(r-1) \times r(r-1)]$$

Πρέπει εδώ να σημειώσουμε ότι η εκτίμηση που δόθηκε με τη σχέση (2.2) μπορεί να χρησιμοποιηθεί μόνον όταν ο πίνακας Σ είναι γνωστός. Συνήθως, όμως, ο πίνακας συνδιασπορών είναι συνάρτηση της άγνωστης πιθανότητας $q_j(t)$. Ο προσφορότερος τρόπος να εκτιμήσουμε τον πίνακα Σ είναι να αντικαταστήσουμε τις πιθανότητες $q_j(t)$ με τις παρατηρούμενες συχνότητες $Y_j(t)$, όποτε σε πρώτη προσέγγιση λαμβάνουμε την εκτίμηση $(\hat{p}_{ij}^c(1))$. Με βάση τη σχέση (2.1), υπολογίζουμε αναδρομικά τη νέα πιθανότητα $\hat{q}_j^c(t)$, που οδηγεί στη νέα εκτίμηση $\hat{p}_{ij}^c(2)$. Η αναδρομική αυτή διαδικασία συνεχίζεται μέχρις ότου προκύψει

3. Rogers A., 1975.

4. Ginsberg R., 1972.

5. Anderson T.W. and L.A. Goodman, 1957.

$$v_{ij}^c(n+1) = \hat{p}_{ij}^c(n) \quad (2.3)$$

Η μεθοδολογία μπορεί να επεκταθεί σε μερικά σημεία, αν ληφθούν υπ' όψη οι εκ των προτέρων πληροφορίες που αφορούν τις πιθανότητες μεταφοράς p_{ij} . Υποτίθεται, π.χ., ότι οι πληροφορίες αυτές συγκεντρώνονται σε μία συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας, που δίνεται εκ των προτέρων και που ακολουθεί την πολυδιάστατη Β-κατανομή. Έχοντας λοιπόν υπ' όψη τη δειγματική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας, όπως υπολογίστηκε στη συνάρτηση μεγίστης πιθανοφάνειας, και κάνοντας χρήση του γνωστού θεωρήματος του Bayes, λαμβάνουμε την εκ των υστέρων συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας σαν συνάρτηση των πιθανοτήτων μεταφοράς. Παραγωγίζοντας ως προς p_{ij} τη συνάρτηση αυτή, βρίσκουμε τη νέα εκτίμηση κατά Bayes με την ακόλουθη μορφή

$$\hat{P}^* = (X' \sum_{i=1}^r X + \sum_{j=1}^r J)^{-1} (X' \sum_{i=1}^r Y^* + \sum_{j=1}^r L) \quad (2.4)$$

όπου J είναι $[r(r-1) \times r(r-1)]$ διαγώνιος πίνακας με στοιχεία

$$(a_i - r) / (a_i + 1), i = 1, 2, \dots, r$$

(a_i είναι οι εκ των προτέρων γνωστοί παράμετροι της Β-κατανομής), L είναι $(r(r-1) \times 1)$ διάνυσμα στήλη με στοιχεία

$$(a_{ij} - 1) / (a_i + 1), i = 1, 2, \dots, r \quad \text{και} \quad j = 1, 2, \dots, r-1$$

Στην όλη μαθηματική επεξεργασία μέχρι τώρα, δεν λάβαμε υπ' όψη τις ιδιότητες που πρέπει να έχουν οι πιθανότητες μεταφοράς p_{ij} . Δηλαδή πρέπει

$$\sum_{j=1}^r p_{ij} = 1 \quad \text{και} \quad 0 \leq p_{ij} \leq 1 \quad i, j = 1, 2, \dots, r \quad (2.5)$$

Οι προϋποθέσεις αυτές εισάγουν βασικές δυσκολίες στον προβληματισμό. Μπορεί όμως να βρεθεί νέα, υπό τους περιορισμούς (2.5), εκτίμηση των πιθανοτήτων μεταφοράς με βάση το γνωστό θεώρημα περιστολής και το δυαδικό θεώρημα του μη γραμμικού προγραμματισμού. Η εκτίμηση που λαμβάνεται κατ' αυτό τον τρόπο για τον πίνακα των πιθανοτήτων μεταφοράς καλείται ιδιαίτερα περιορισμένη.

3. Αποτελέσματα της ανάλυσεως

Σε πρόσφατη έκδοση της Έθνικης Στατιστικής Υπηρεσίας,⁶ γίνεται πρόβλεψη της πληθυσμιακής

κατανομής στην Ελλάδα κατά μεγάλες ομάδες ηλικιών με βάση τις παρατηρούμενες τιμές στη χρονική περίοδο 1950-1975. Στην αναφερόμενη εργασία χρησιμοποιήθηκε η γνωστή μεθοδολογία στη δημογραφία με ανάλυση των στοιχείων της φυσικής κινήσεως του πληθυσμού. Έξαίρεση αποτέλεσε η μετανάστευση για την οποία δεν υπήρχαν αρκεία στοιχεία.

Χρησιμοποιώντας τις παρατηρούμενες τιμές για την πληθυσμιακή κατανομή από την εργασία που προαναφέρθηκε, υποθέτουμε ότι τα δεδομένα μετασχηματίζονται με βάση μία στατική μαρκοβιανή αλυσίδα πρώτης τάξεως στην οποία υπάρχουν τέσσερες καταστάσεις, όσες δηλαδή οι ομάδες ηλικιών που θεωρήθηκαν.

Κάθε στοιχείο του πληθυσμού έχει τη δυνατότητα να βρεθεί σε μία από τις θεωρούμενες ομάδες ηλικιών και μπορεί να μεταπηδήσει σε μία άλλη κατά τη διάρκεια των χρονικών στιγμών $t = 1, 2, 3, 4, 5, 6$, που αντιστοιχούν στα έτη λήψεως της πληθυσμιακής κατανομής, δηλαδή ανά πενταετία στο χρονικό διάστημα 1950-1975.

Είναι κατανοητό ότι η αλυσίδα έχει ιεραρχικό χαρακτήρα, δηλαδή ένα στοιχείο του πληθυσμού μπορεί να μεταπηδήσει σε μία χρονική περίοδο από μία μικρότερη ηλικία, ουσιαστικά μία μικρότερη κατά άριθμηση κατάσταση, σε μία μεγαλύτερη. Στις εφαρμογές που θεωρούμε, μπορεί ένα στοιχείο του πληθυσμού να εξέλθει από το σύστημα στην περίπτωση θανάτου-μεταναστεύσεως ή να εισέλθει στην περίπτωση γεννήσεως-μεταναστεύσεως. Με άλλα λόγια, θεωρούμε το σύστημα κλειστό με την ευρύτερη έννοια, ότι συμπεριλαμβάνει τις καταστάσεις γέννηση-θάνατος-μεταναστευση και ότι ένα στοιχείο που αποκόπτεται από μία κατάσταση μπορεί να αντικατασταθεί από ένα νέο που εισέρχεται σε οποιαδήποτε κατάσταση μικρότερη ή πολύ μεγαλύτερη.

Ύστερα από τις προϋποθέσεις αυτές, δίνονται στον πίνακα (3.1)⁷ οι παρατηρούμενες και οι εύρεθείσες τιμές για την πληθυσμιακή κατανομή, καθώς και οι προβλεπόμενες για τις χρονικές στιγμές $t = 7, 8, 9, 10$, δηλαδή για τα έτη 1980, 1985, 1990, 1995. Οι υπολογισμοί έγιναν με τη μέθοδο μεγίστης πιθανοφάνειας, όπως αναλύθηκε στην προηγούμενη παράγραφο, όπου η εκτιμήτρια για τον πίνακα των πιθανοτήτων μεταφοράς υπολογίστηκε με δύο διαδοχικές επαναλήψεις.

Είναι φανερό, από τη μεθοδολογία που δόθηκε στην προηγούμενη παράγραφο, ότι η ανάλυση με τις μαρκοβιανές αλυσίδες δίνει μία πρόγνωση στην πληθυσμιακή εξέλιξη με βάση τις προϋποθέσεις

6. V. Valaoras, 1974.

7. Οι υπολογισμοί έγιναν με τον Ηλεκτρονικό Υπολογιστή του Υπουργείου Γεωργίας.

πού υπήρχαν ή δημιουργήθηκαν κατά τη θεωρούμενη χρονική διάρκεια. Δηλαδή, με άλλα λόγια, οι εξελικτικές τάσεις είναι απόρροια της όλικης πολιτικής που ασκήθηκε πάνω στα στοιχεία που καθορίζουν τη φυσική εξέλιξη του πληθυσμού.

Πρέπει να τονίσουμε σ' αυτό τό σημείο, ότι δέν είναι δυνατόν να γίνει έλεγχος τών προγνώσεων. Είναι, όμως, δυνατόν να έλεγχοϋν όλες οι υποθέσεις που τέθηκαν παραπάνω. Δηλαδή κατά πόσον ή μεθοδολογία έδωσε αποτελέσματα που προσεγγίζουν ικανοποιητικά τις παρατηρούμενες τιμές. Έχοντας λοιπόν τις παρατηρούμενες τιμές $Y(t)$ και τις εκτιμηθείσες $\hat{Y}(t)$, μπορούμε να κάνουμε χρήση του έλέγχου στατιστικών υποθέσεων κατά Pearson με βάση την τετραγωνική μορφή

$$\chi^2_{(r-1)T} = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^r N(t) [Y_i(t) - \hat{Y}_i(t)]^2 / \hat{Y}_i(t) \quad (3.1)$$

ή όποια ακολουθεί την χ^2 -κατανομή με $(r-1)T$ βαθμούς έλευθερίας. Όπως φαίνεται από τόν πίνακα (3.1), ή τιμή που βρέθηκε για τή συνάρτηση χ^2 είναι πολύ μικρότερη από τις αντίστοιχες τιμές της χ^2 -κατανομής για 18 βαθμούς έλευθερίας. Έτσι, μπορεί να γίνει άνεπιφύλακτα δεκτή ή υπόθεση ότι οι παρατηρούμενες ποσοστιαίες συχνότητες ακολουθούν τήν ίδια κατανομή με τις εκτιμηθείσες.

Σέ μία δεύτερη εφαρμογή, θεωρούμε πάλι τις παρατηρούμενες τιμές για τήν κατανομή του άστικού

πληθυσμού στην Ελλάδα από τήν έκδοση της ΕΣΥΕ που προαναφέρθηκε. Υποθέτουμε, πάλι, ότι τά δεδομένα μετασχηματίζονται μέ βάση μία στατική μαρκοβιανή άλυσίδα πρώτης τάξεως, στην όποια υπάρχουν τέσσερες καταστάσεις που αντιστοιχούν σέ τέσσερες μεγάλες ομάδες ηλικιών (πίνακας 3.2). Παρόμοια, υποτίθεται ότι κάθε στοιχείο του πληθυσμού είναι δυνατόν να βρεθεί σέ μία από τις θεωρούμενες καταστάσεις και μπορεί να μεταπηδήσει σέ μία άλλη κατά τή διάρκεια τών χρονικών στιγμών $t=1, 2, 3, 4, 5, 6$, που αντιστοιχούν στά έτη λήψεως της πληθυσμιακής κατανομής, δηλαδή ανά πενταετία στό χρονικό διάστημα 1950-1975. Τέλος, κάνουμε τήν ίδια υπόθεση, όπως στό προηγούμενο παράδειγμα, για τήν ιεραρχικότητα και τό κλειστό του συστήματος.

Ύστερα από τις υποθέσεις αυτές, δίνουμε στόν πίνακα (3.2) τις τιμές για τήν πληθυσμιακή κατανομή του άστικού πληθυσμού μέ βάση τήν εκτίμηση κατά Bayes, όπως περιγράφηκε στην προηγούμενη παράγραφο. Οι έκ τών προτέρων πιθανότητες μεταφοράς (πίνακας 3.3) έχουν υπολογιστεί σέ σχέση μέ τις πραγματικές δυνατότητες για τή μεταπήδηση ενός στοιχείου του πληθυσμού από μία κατάσταση σέ άλλη. Έτσι, θεωρήσαμε, π.χ., ότι ή πιθανότητα για να παραμείνει ένα στοιχείο του πληθυσμού στην πρώτη ομάδα ηλικίας (0-14 έτη) κατά τή διάρκεια μίας πενταετίας είναι ίση περίπου μέ 2/3. Μέ τό ίδιο σκεπτικό υπολογίσαμε τά άλλα διαγώνια στοιχεία του πίνακα και τις πιθανότητες μεταπηδήσεως p_{12}, p_{23}, p_{34} . Για τόν υπολογισμό της έκ τών προτέρων πιθανότητας p_{41} , θεωρήσαμε ότι ή πιθα-

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.1. Πληθυσμιακή κατανομή της Ελλάδας κατά μεγάλες ομάδες ηλικιών

t \ r	1 (0-14 έτη)		2 (15-44 έτη)		3 (45-64 έτη)		4 (65+ έτη)		Μέγεθος δείγματος (100.000)
	A	B	A	B	A	B	A	B	
1(1950)	0,2856		0,4759		0,1736		0,0649		75.810
2(1955)	0,2636	0,2650	0,4747	0,4687	0,1904	0,1897	0,0713	0,0764	79.570
3(1960)	0,2642	0,2647	0,4496	0,4473	0,2052	0,2037	0,0810	0,0839	83.240
4(1965)	0,2518	0,2516	0,4442	0,4375	0,2094	0,2163	0,0946	0,0940	85.850
5(1970)	0,2483	0,2486	0,4236	0,4240	0,2161	0,2192	0,1120	0,1085	87.620
6(1975)	0,2387	0,2375	0,3968	0,4116	0,2321	0,2244	0,1324	0,1263	88.100
7(1980)	0,2284	0,2232	0,3925	0,3913	0,2349	0,2374	0,1442	0,1478	
8(1985)	0,2177	0,2204	0,4002	0,3746	0,2395	0,2413	0,1426	0,1636	
9(1990)	0,2180	0,2113	0,4125	0,3648	0,2263	0,2440	0,1432	0,1796	
10(1995)	0,2240	0,2061	0,4097	0,3521	0,2128	0,2456	0,1535	0,1958	

A: Παρατηρούμενες τιμές και πρόγνωση κατά V. Valaoras, 1974.

B: Εκτιμώμενες τιμές και πρόγνωση κατά τή μέθοδο μεγίστης πιθανοφάνειας.

Άθροισμα τετρ. σφάλματος 0,000511658

Μέσον τετρ. σφάλμα 0,000025583

Τιμή χ^2 0,182558029

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.2. Κατανομή του άστικού πληθυσμού της Ελλάδας κατά μεγάλες ηλικιακές ομάδες

r t	1 (0-14 ετη)		2 (15-44 ετη)		3 (45-64 ετη)		4 (65+ ετη)		Μέγεθος δείγματος
	A	B	A	B	A	B	A	B	
1(1950)	0,2292		0,5306		0,1832		0,0570		27.548
2(1955)	0,2158	0,2108	0,5221	0,4933	0,1990	0,2325	0,0631	0,0634	31.223
3(1960)	0,2221	0,2072	0,4926	0,4841	0,2126	0,2445	0,0727	0,0640	35.280
4(1965)	0,2230	0,2171	0,4800	0,4649	0,2128	0,2533	0,0848	0,0647	39.887
5(1970)	0,2284	0,2250	0,4630	0,4565	0,2126	0,2529	0,0960	0,0655	45.611
6(1975)	0,2289	0,2356	0,4405	0,4461	0,2218	0,2519	0,1088	0,0663	51.032
7(1980)	0,2266	0,2442	0,4231	0,4306	0,2292	0,2579	0,1215	0,0672	
8(1995)	0,2210	0,2267	0,4197	0,4256	0,2351	0,2836	0,1242	0,0641	
9(1990)	0,2196	0,2149	0,4235	0,4174	0,2269	0,3031	0,1300	0,0654	
10(1995)	0,2156	0,2087	0,4237	0,4087	0,2257	0,3182	0,1450	0,0644	

A: Παρατηρούμενες τιμές και πρόγνωση κατά V. Valaoras, 1974.

B: Έκτιμώμενες τιμές και πρόγνωση κατά τη μέθοδο Bayes.

*Αθροισμα τετρ. σφάλματος 0,011049389

Μέσον τετρ. σφάλμα 0,000552469

Τιμή χ^2 3,494544134

νότητα να διαφύγει από την τέταρτη ομάδα ηλικίας ένα στοιχείο του πληθυσμού λόγω θανάτου ή μεταναστεύσεως και να αντικατασταθεί από ένα νέο στην πρώτη ομάδα λόγω γεννήσεως ή μεταναστεύσεως σε μία πενταετία, είναι περίπου ίση με 1/3, δηλαδή ίση με την πιθανότητα διαφυγής από την τέταρτη ομάδα. Τέλος, για τις πιθανότητες P_{13} , P_{14} , P_{21} , P_{24} , P_{31} , P_{32} , P_{42} , P_{43} , κάναμε την υπόθεση ότι είναι σταθερές και ίσες προς 0,05 και αντιπροσωπεύουν την

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.3. Οι εκ των προτέρων πιθανότητες μεταφοράς και η εκτίμηση κατά Bayes με την επαναληπτική διαδικασία

	Πίνακας των πιθανοτήτων μεταφοράς				Έπ. σφάλμα
Έκ των προτέρων πιθανότητες μεταφοράς	0,6000	0,3000	0,0500	0,0500	
1η επαναληπτική λύση	0,0500	0,7500	0,1500	0,0500	
2η επαναληπτική λύση	0,0500	0,0500	0,7000	0,2000	
3η επαναληπτική λύση	0,3000	0,0500	0,0500	0,7000	
4η επαναληπτική λύση	0,6188	0,2983	0,0384	0,0446	0,304503
5η επαναληπτική λύση	0,0441	0,7795	0,1266	0,0498	
6η επαναληπτική λύση	0,0534	0,0521	0,8289	0,0656	
7η επαναληπτική λύση	0,5408	0,0768	0,0748	0,3076	
8η επαναληπτική λύση	0,6139	0,3000	0,0385	0,0477	0,099354
9η επαναληπτική λύση	0,0424	0,7746	0,1254	0,0575	
10η επαναληπτική λύση	0,0528	0,0524	0,8322	0,0625	
11η επαναληπτική λύση	0,6363	0,0883	0,0847	0,1908	
12η επαναληπτική λύση	0,6116	0,3008	0,0385	0,0491	0,026040
13η επαναληπτική λύση	0,0417	0,7717	0,1249	0,0617	
14η επαναληπτική λύση	0,0524	0,0524	0,8311	0,0641	
15η επαναληπτική λύση	0,6823	0,942	0,0895	0,1340	

πιθανότητα, ώστε ένα στοιχείο του πληθυσμού να διαφύγει από μία ομάδα ηλικίας λόγω μεταναστεύσεως ή θανάτου και να αντικατασταθεί από ένα άλλο λόγω μεταναστεύσεως ή γεννήσεως, όταν το στοιχείο καταφεύγει στην πρώτη ομάδα ηλικίας.

Με βάση τις παραπάνω υποθέσεις, όσον αφορά τις εκ των προτέρων πιθανότητες μεταφοράς, υπολογίσαμε τον εκ των υστέρων πίνακα των πιθανοτήτων μεταφοράς με τη γνωστή αναδρομική μέθοδο, όπως αναφέρθηκε στην προηγούμενη παράγραφο. Στόν πίνακα (3.3) δίνουμε την πρώτη, τρίτη και έκτη επαναληπτική λύση. Από τον ίδιο πίνακα μπορούμε να δούμε, άμεσως, ότι το επαναληπτικό σφάλμα, που υπολογίστηκε σαν απόλυτη απόκλιση της εκτιμήσεως στη νέα λύση από αυτή της προηγούμενης, τείνει προς το μηδέν.

Έχοντας λοιπόν τις εκτιμήσεις για την πληθυσμιακή κατανομή στο χρονικό διάστημα 1950-1975 με βάση την έκτη επαναληπτική λύση, υπολογίζουμε παραπέρα τις τιμές για την πληθυσμιακή κατανομή για το χρονικό διάστημα 1980-1995 ανά πενταετία (πίνακας 3.2). Όπως φαίνεται από τον πίνακα προγνώσεων (3.2), για την πρώτη και δεύτερη ομάδα ηλικίας δεν αναμένονται ουσιαστικές αλλαγές στη συχνότητα κατανομής για το χρονικό διάστημα της προγνώσεως. Αντίθετα, η τρίτη ομάδα ηλικίας, όπως υπολογίσαμε με τη μέθοδο μεγίστης πιθανοφάνειας, αναμένεται να έχει πολύ μεγαλύτερη συμμετοχή απ' ό,τι είχε κατά τη χρονική περίοδο 1950-1975 και απ' ό,τι προβλέπεται κατά τις εκτιμήσεις της ΕΣΥΕ στην εργασία που προαναφέρθηκε. Η διαφορά στο σημείο αυτό προέρχεται κυρίως από τη μεθοδολογία που εφαρμόσαμε. Όπως προαναφέραμε, η θεωρία των μαρκοβιανών αλυσίδων δίνει προγνώσεις με βάση την όλη πληθυσμιακή πο-

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.4. Πληθυσμιακή κατανομή του αγροτικού πληθυσμού της Ελλάδας κατά μεγάλες ομάδες ηλικιών

t	r	1 (0-14 ετη)			2 (15-44 ετη)			3 (45-64 ετη)			4 (65+ ετη)			Μέγεθος δείγματος (100.000)
		A	B	Γ	A	B	Γ	A	B	Γ	A	B	Γ	
1(1950)	0,3177				0,4448			0,1681			0,694			48.262
2(1955)	0,2945	0,2953	0,2709		0,4440	0,4322	0,4400	0,1849	0,1882	0,2164	0,0766	0,0842	0,0726	48.356
3(1960)	0,2951	0,2930	0,2622		0,4180	0,4131	0,4342	0,1988	0,2010	0,2300	0,0871	0,0928	0,0735	47.964
4(1965)	0,2768	0,2773	0,2693		0,4132	0,4034	0,4166	0,2064	0,2146	0,2399	0,1036	0,1046	0,0742	45.963
5(1970)	0,2700	0,2729	0,2691		0,3809	0,3866	0,4095	0,2199	0,2,186	0,2455	0,1292	0,1217	0,0758	42.014
6(1975)	0,2522	0,2527	0,2814		0,3366	0,3685	0,3862	0,2462	0,2302	0,2544	0,1650	0,1485	0,0791	37.075
7(1980)	0,2316	0,2244	0,2938		0,3488	0,3366	0,3524	0,2430	0,2523	0,2728	0,1766	0,1866	0,0809	
8(1985)	0,2129	0,2221	0,2652		0,3711	0,3140	0,3701	0,2458	0,2548	0,2911	0,1698	0,2088	0,0735	
9(1990)	0,2157	0,2083	0,2443		0,3962	0,3033	0,3753	0,2254	0,2568	0,3069	0,1627	0,2312	0,0749	
10(1995)	0,2366	0,2007	0,2334		0,4036	0,2880	0,3741	0,1937	0,2571	0,3200	0,1661	0,2537	0,0737	

A: Παρατηρούμενες τιμές και πρόγνωση κατά V. Valaoras, 1974.

B: Παρατηρούμενες τιμές με τη μέθοδο μεγίστης πιθανοφάνειας.

Γ: Παρατηρούμενες τιμές με τη μέθοδο Bayes.

*Αθροισμα τετρ. σφάλματος (μέθοδος μεγ. πιθαν.) 0.002077214 (μέθοδος Bayes) 0.021381157

Μέσον τετραγωνικών σφάλμα (μέθοδος μεγ. πιθαν.) 0.00103861 (μέγεθος Bayes) 0.001069058

Τιμή χ^2 (μέγεθος μεγ. πιθαν.) 0.333839401 (μέθοδος Bayes) 7.374328809

λιτική που ασκήθηκε στο διερευνώμενο χρονικό διάστημα, χωρίς να είναι δυνατόν να γίνουν υποθέσεις για έναλλακτική μελλοντική συμπεριφορά των ατόμων του πληθυσμού.

Σε μία τελευταία εφαρμογή, θεωρούμε τις παρατηρούμενες τιμές για την κατανομή του αγροτικού πληθυσμού στην Ελλάδα από την ίδια έκδοση της ΕΣΥΕ. Υποθέτουμε, πάλι, ότι τα δεδομένα μετασχηματίζονται με βάση μία στατική μαρκοβιανή άλυσίδα πρώτης τάξεως με τέσσερες καταστάσεις, όπως ακριβώς στον αστικό πληθυσμό. Στόν πίνακα (3.4) δίνουμε τις τιμές για την πληθυσμιακή κατανομή του αγροτικού πληθυσμού με τη μέθοδο μεγίστης πιθανοφάνειας και με τη μέθοδο Bayes. Στόν υπολογισμό με τη δεύτερη μέθοδο, θεωρήσαμε ότι ο πίνακας για τις εκ των προτέρων πιθανότητες μεταφοράς είναι ο ίδιος, όπως ακριβώς στον αστικό πληθυσμό. Επίσης, για τον υπολογισμό της εκτιμήσεως κατά Bayes, λάβαμε την εκτη επαναληπτική λύση, ενώ κατά τη μέθοδο μεγίστης πιθανοφάνειας τη δεύτερη επαναληπτική λύση.

Με τον προσδιορισμό της εκτιμήσεως των πιθανοτήτων μεταφοράς κατά Bayes, προκύπτει βασική διαφοροποίηση της θεωρούμενης μαρκοβιανής ά-

λυσίδας. Ενώ κατά τη μέθοδο μεγίστης πιθανοφάνειας προκύπτουν απορροφητικές καταστάσεις, δεν συμβαίνει το ίδιο στη μέθοδο Bayes, όπου η εκτίμηση των πιθανοτήτων μεταφοράς οδηγεί στη δημιουργία άπλης άλυσίδας. Στην περίπτωση αυτή, μπορούμε πλέον να υπολογίσουμε τις όριακές συνότητες μετά από άπειρο θεωρητικά χρόνο.

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Boudon, R., *Mathematical Structures of Social Mobility*, Elsevier (1973).
2. Ginsberg, R., «Critique of Probabilistic Models: Application of the Semi-Markov Model to Migration», *Journal of Mathematical Sociology* 2,63-82 (1972).
3. Lee, T.C., G.G. Judge and A. Zellner, *Estimating the Parameters of the Markov Probability Models from Aggregate Time Series Data*, North-Holland (1970).
4. Rogers, A., *Introduction to Multiregional Mathematical Demography*, J. Wiley (1975).
5. Tziafetas, Georg., «Zur Anwendung der Theorie der stochastischen Prozessen in der Sozialwissenschaft und insbesondere in der Demometrie», *National Center for Social Research*, no 26-27 (1976).
6. Valaoras, V., *Urban-Rural Population Dynamics of Greece*, Ed. of the National Statistical Service of Greece (1974).